

# מושגי יסוד באקונומטריקה

פרק 12 - מבחני המובהקות וקריאת פלטים - תוכנת SAS

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## מבחני המובהקות וקריאת פלטים – תוכנת SAS:

רקע:

פלט ניתוח שונות (Analysis of Variance):

| Analysis of Variance |             |                                 |                         |                                                                 |        |
|----------------------|-------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------|
| Source               | DF          | Sum of Squares                  | Mean Square             | F Value                                                         | Prob>F |
| Model                | $k$         | $RSS$                           | $RSS/k = MSR$           | $F = \frac{MSR}{MSE}$                                           | $PF$   |
| Error                | $T - k - 1$ | $ESS$                           | $ESS/(T - k - 1) = MSE$ |                                                                 |        |
| C Total              | $T - 1$     | $TSS$                           |                         |                                                                 |        |
| -----                |             |                                 |                         |                                                                 |        |
| Root MSE             |             | $\sqrt{MSE} = s_u$              | R-square                | $R^2 = \frac{RSS}{TSS}$                                         |        |
| Dep Mean             |             | $\bar{Y}$                       | Adj R-sq                | $\bar{R}^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} \cdot \frac{T - 1}{T - k - 1}$ |        |
| C.V.                 |             | $\frac{s_u}{\bar{Y}} \cdot 100$ |                         |                                                                 |        |

פלט מקדמי הרגרסיה (Parameter Estimates):

| Parameter Estimates |    |                    |                    |                                                                |                     |
|---------------------|----|--------------------|--------------------|----------------------------------------------------------------|---------------------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error     | T for H0: Parameter=0                                          | Prob> T             |
| INTERCEP            | 1  | $\hat{\alpha}$     | $s_{\hat{\alpha}}$ | $\frac{\hat{\alpha}}{s_{\hat{\alpha}}} = t_{(\hat{\alpha}=0)}$ | $Pt_{\hat{\alpha}}$ |
| X                   | 1  | $\hat{\beta}$      | $s_{\hat{\beta}}$  | $\frac{\hat{\beta}}{s_{\hat{\beta}}} = t_{(\hat{\beta}=0)}$    | $Pt_{\hat{\beta}}$  |

## פלט ה – Covariance of Estimates :

פלט שמתאר את השונות המשותפת (covariance) של האומדנים  $\hat{\alpha}$  ו-  $\hat{\beta}$  :

| Covariance of Estimates |                                         |                                         |
|-------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| COVB                    | INTERCEP                                | X                                       |
| INTERCEP                | $s_{\hat{\alpha}}^2$                    | $\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ |
| X                       | $\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ | $s_{\hat{\beta}}^2$                     |

## עריכת תחזית וקריאת פלטים (תוכנת SPSS) :

אמידה נקודתית :

אמידה נקודתית עבור  $X_0$  מסוים (תחזית).

מחושבת על פי קו הרגרסיה במדגם :  $\hat{Y}_0 = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot X_0$ .

אמידת מרווח ל-  $E(Y)$  :

אמידת התחזית באוכלוסייה עבור  $X_0$  מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך ממוצע של  $Y$

באוכ' עבור  $X_0$  מסוים ( $E(Y)$ ) ברמת סמך  $1-\alpha$ .

נוסחת הרב"ס :  $\hat{Y} \pm t_{n-2; 1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}$

$\hat{\sigma}_u = MSE = \frac{SSE}{n-2}$  ,  $\sum (X_i - \bar{X})^2 = S_{xx} = (n-1)S_X^2$

רישום הרב"ס :  $p(\text{---} \leq E(Y) \leq \text{---}) = 1-\alpha$

אמידת מרווח ל-  $Y$  :

אמידת ערך בודד של  $Y$  באוכלוסייה עבור  $X_0$  מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך בודד

של  $Y$  באוכ' עבור  $X_0$  מסוים ( $Y_0$ ) ברמת סמך  $1-\alpha$ .

נוסחת הרב"ס :  $\hat{Y} \pm t_{n-2; 1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_u \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}$

רישום הרב"ס :  $p(\text{---} \leq Y \leq \text{---}) = 1-\alpha$

- רב"ס לערך בודד יהיה רחב יותר מאשר רב"ס לערך ממוצע משום שטעות התקן בראשון גדולה מאשר באחרון.

## שאלות:

## פלט ניתוח שונות:

- (1) חוקר רצה לבחון את השפעת ההכנסה ( $INCOME$ ) על גובה המס ( $TAX$ ) (במיליארדי \$) שגובה מדינה במערב לפי המודל:  $TAX_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$ . לשם כך אסף נתונים מ-51 מדינות. להלן התוצאות:

Model: MODEL1

Dependent Variable: TAX

| Analysis of Variance |         |                |             |          |        |
|----------------------|---------|----------------|-------------|----------|--------|
| Source               | DF      | Sum of Squares | Mean Square | F Value  | Prob>F |
| Model                | 1       | 2046.89694     | 2046.89694  | 8798.672 | 0.0001 |
| Error                | 49      | 11.39922       | 0.23264     |          |        |
| C Total              | 50      | 2058.29615     |             |          |        |
| Root MSE             | 0.48232 |                | R-square    | 0.9945   |        |
| Dep Mean             | 5.4242  |                | Adj R-sq    | 0.9943   |        |
| C.V.                 | 8.88711 |                |             |          |        |

בדקו את ההשערה כי המודל מובהק ברמת מובהקות של 0.05.

## פלט מקדמי הרגרסיה:

- (2) בהמשך לדוגמא הקודמת – בדיקת השפעת ההכנסה על גודל המס, התקבלו גם התוצאות הבאות:

| Parameter Estimates |    |                    |                |                       |         |
|---------------------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | -0.086912          | 0.08953904     | -0.971                | 0.3365  |
| INCOME              | 1  | 0.152232           | 0.0016229      | 93.801                | 0.0001  |

- א. אמדו את המודל:  $TAX = \alpha + \beta \cdot INCOME + U$ . מהי המשמעות הכלכלית של  $\beta$ ?
- ב. האם המודל מובהק? בדקו על סמך הפלט הנ"ל ברמת מובהקות של 0.05.
- ג. מהי רמת המובהקות הקטנה ביותר, עבורה עדיין תידחה השערת האפס מסעיף ב'?

ד. בדקו את ההשערה כי ככל שההכנסה עולה כך עולה גם המס (שיפוע  $\beta$  חיובי) ברמת מובהקות של 0.01.

ה. בנו רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור  $\beta$ .

ו. בדקו את ההשערה שתוספת של מיליארד \$ להכנסה תגדיל את המס ב-0.2 מיליארד \$, ברמת מובהקות של 0.05.

• שימו לב כי:

במודל עם משתנה מסביר אחד בלבד קיימת זהות בין מבחן F למובהקות המודל לבין מבחן  $t$  למובהקות ה- $\beta$ :

$$F_{(1, T-2; 1-\alpha)} = t_{\left(T-2, 1-\frac{\alpha}{2}\right)}^2$$

$$F = t_{\beta}^2$$

כלומר: כל החלטה המתקבלת במבחן אחד חייבת להיות זהה להחלטה המתקבלת במבחן השני.

### פלט שוניות משותפות:

(3) נתון פלט האמידה של המודל:  $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ , שלצורך אמידתו נאספו 240 תצפיות:

#### Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|----------|----|-----------|----------|-------------|---------|
|          |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP | 1  | 5.25      | 0.25     | 21          | 0.0000  |
| X        | 1  | 0.96      | 0.12     | 8           | 0.0000  |

#### Covariance of Estimates

|          | INTERCEP | X      |
|----------|----------|--------|
| INTERCEP | 0.0625   | -0.003 |
| X        | -0.003   | 0.0144 |

יש לבדוק את ההשערה:  $H_0: \alpha = 5\beta$ .

## שאלה מסכמת:

(4) חוקר רצה לבדוק את השפעת הותק בעבודה ( $EXP$ ) על השכר ( $SALARY$ ) לפי המודל:  $\ln(SALARY_t) = \alpha + \beta \cdot EXP_t + u_t$ . הוא אסף 403 תצפיות, ואמד את הפרמטרים בתוכנת SAS. להלן חלקים מהפלט ויש להשלימו:

## Analysis of Variance

| Source  | DF  | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-----|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | --- | ---            | 5.68015     | ---     | ---    |
| Error   | --- | 205.22539      | ---         |         |        |
| C Total | --- | ---            |             |         |        |

|          |          |          |        |
|----------|----------|----------|--------|
| Root MSE | ---      | R-square | ---    |
| Dep Mean | 7.14247  | Adj R-sq | 0.0245 |
| C.V.     | 10.01602 |          |        |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | ---                | ---            | ---                   | ---     |
| EXP      | 1  | -0.008740          | ---            | ---                   | 0.0009  |

## Covariance of Estimates

| COVB     | INTERCEP     | EXP          |
|----------|--------------|--------------|
| INTERCEP | 0.0047463101 | ---          |
| EXP      | -0.000154685 | 6.882844 E-6 |

- נתון נוסף:  $EXP = 22$ .

- קיים קשר חיובי מובהק בין ותק ללוג השכר. נכון / לא נכון
- שיעור התשואה בשכר לשנת ותק הוא?
- תחזית לוג השכר עבור אדם בעל 10 שנות ותק היא?

## ביצוע תחזיות:

- 5) במדגם של 30 דירות מושכרות לסטודנטים ברדיוס של עד 2 ק"מ מסביב למכללה נחקר הקשר בין שכר דירה למספר הסטודנטים הגרים בדירה. להלן התוצאות:

| Descriptive Statistics |           |                |    |
|------------------------|-----------|----------------|----|
|                        | Mean      | Std. Deviation | N  |
| שכר הדירה              | 1386.7667 | 509.46027      | 30 |
| מספר הסטודנטים         | 3.0000    | 1.31306        | 30 |

| Model Summary <sup>b</sup> |                   |          |                   |                            |
|----------------------------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| Model                      | R                 | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
| 1                          | .602 <sup>a</sup> | .362     | .339              | 414.05503                  |

a. Predictors: (Constant), number of students

b. Dependent Variable: rent

| ANOVA <sup>b</sup> |                |    |             |        |                   |
|--------------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Model              | Sum of Squares | Df | Mean Square | F      | Sig.              |
| 1 Regression       | 2726579.520    | 1  | 2726579.520 | 15.904 | .000 <sup>a</sup> |
| Residual           | 4800363.847    | 28 | 171441.566  |        |                   |
| Total              | 7526943.367    | 29 |             |        |                   |

a. Predictors: (Constant), number of students

b. Dependent Variable: rent

| Coefficients <sup>a</sup> |                |                             |            |                           |      |
|---------------------------|----------------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|
| Model                     |                | Unstandardized Coefficients |            | Standardized Coefficients | Sig. |
|                           |                | B                           | Std. Error | Beta                      |      |
| 1                         | (Constant)     | 686.207                     | 191.244    |                           | .001 |
|                           | מספר הסטודנטים | 233.520                     | 58.556     | .602                      | .000 |



- חשב אומדן נקודתי לשכר הדירה אותו ישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד.
- אמוד את שכר הדירה הממוצע שישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת בטחון של 95%.
- אמוד את שכר הדירה שישלם סטודנט יחיד החולק את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת ביטחון של 95%.

## תשובות סופיות:

- (1) יש עדות לכך.
- (2) א. ראה סרטון. ב. יש עדות לכך. ג.  $Pt_{\hat{\beta}} = 0.0001$ .
- ד. יש עדות לכך. ה.  $P(0.1488 \leq \beta \leq 0.1554) = 0.95$ .
- ו. יש עדות לכך.
- (3) אין עדות לכך.
- (4) א. לא נכון. ב.  $-0.87\%$ . ג.  $7.24735$ .
- (5) א.  $1153.247$ . ב.  $p(957.4 \leq \mu_{Y_{X=2}} \leq 1349.08) = 0.95$ . ג.  $p(282.94 \leq Y_{X=2} \leq 2023.55) = 0.95$ .